1	2	3	4	5
4	3	2	4	2

Afdeling Wiskunde en Informatica R.U.G.

Naam	Studentnummer:	Bladnr.: 1/2
Adres:	Studierichting: 7,5	Tentamen:
Postcode en		Datum:
Woonplaats:	Jaar van eerste inschrijving:	Naam docent:

1. ~~Gegeven: is $^3\log(\frac{1}{2})$ een breuk~~

Te bewijzen: $^3\log(\frac{1}{2})$ is geen breuk

Ik gebruik een bewijs uit het ongerijmde, dus

Stel: $^3\log(\frac{1}{2})$ is een breuk

4

Dan $^3\log\frac{1}{2} = \frac{t}{n}$

$3^{\frac{t}{n}} = \frac{1}{2}$

$3^t = (\frac{1}{2})^n$

Voor $t>0$ en $n>0$ geldt $3^t > (\frac{1}{2})^n$

~~Voor $t<0$ geldt $3^t < (\frac{1}{2})^n$ voor $n<0$~~

Voor $t<0$ geldt $3^t < (\frac{1}{2})^n$ voor $n<0$

Verder, t en n zijn gehele getallen, dus als $t>0$ en $n<0$ $3^t \neq (\frac{1}{2})^n$ (omdat uit 3^t een oneven getal komt en uit $(\frac{1}{2})^n$ een even), en bij $t<0$ en $n>0$ het zelfde. (bestaat een)

(behalve als $t=n=0$) (maar dan 3^0 en dat mag niet)

Conclusie

$3^t \neq (\frac{1}{2})^n$

dus de stelling klopt niet dus $^3\log(\frac{1}{2})$ is geen breuk.

2. Defintie van limiet => $|F(x)-L| < \varepsilon$ als $0<|x-a|<\delta$

Dus $|x^2-2x-0| < \varepsilon$ als $0<|x-2|<\delta$

$|x(x-2)| < \varepsilon$

$(x-2) < \frac{\varepsilon}{x}$ afschatten

Dit suggereert dat we als $\delta = \frac{\varepsilon}{x}$ moeten nemen.

3

Dan: $0<|x-2|<\delta$

$0<|x-2|<\frac{\varepsilon}{x}$

$0<|x(x-2)|<\varepsilon$

Dus $|F(x)-0| < \varepsilon$ als $0<|x-2|<\delta$

dus $\lim_{x\to 2} x^2-2x = 0$

3. Gegeven: f is continu in $x=0$

Dan geldt $\lim_{x \to 0} f(x) = f(0)$

$g(x) = x f(x)$

2 Stel: $g(x)$ is differentieerbaar in $x=0$

$$g'(x) = \lim_{x \to 0} \frac{g(x) - g(0)}{x - 0} = \lim_{x \to 0} \frac{x f(x) - 0 f(0)}{x} = \lim_{x \to 0} x \cdot \lim_{x \to 0} \frac{f(x) f(0)}{x^2}$$

omdat $\lim_{x \to 0} f(x) = f(0) \Rightarrow \lim_{x \to 0} \frac{f(0) - f(0)}{x^2} = \frac{0}{x^2} = 0$

Dus $g(x)$ is differentieerbaar in $x=0$, want $g'(x)$ geeft een uitkomst.

4. $f(x) = (x^2 + 2x - 8)^3$

$f'(x) = 3(x^2 + 2x - 8)^2 \cdot (2x + 2) = 0$

$3(x^2 + 2x - 8)^2 = 0 \quad \vee \quad (2x + 2) = 0$

$3((x+4)(x-2))^2 = 0 \qquad 2x = -2$

$x = -1$

4 $((x + 4 = 0)) \quad ((x - 2 = 0))$

$x = -4 \quad x = 2$

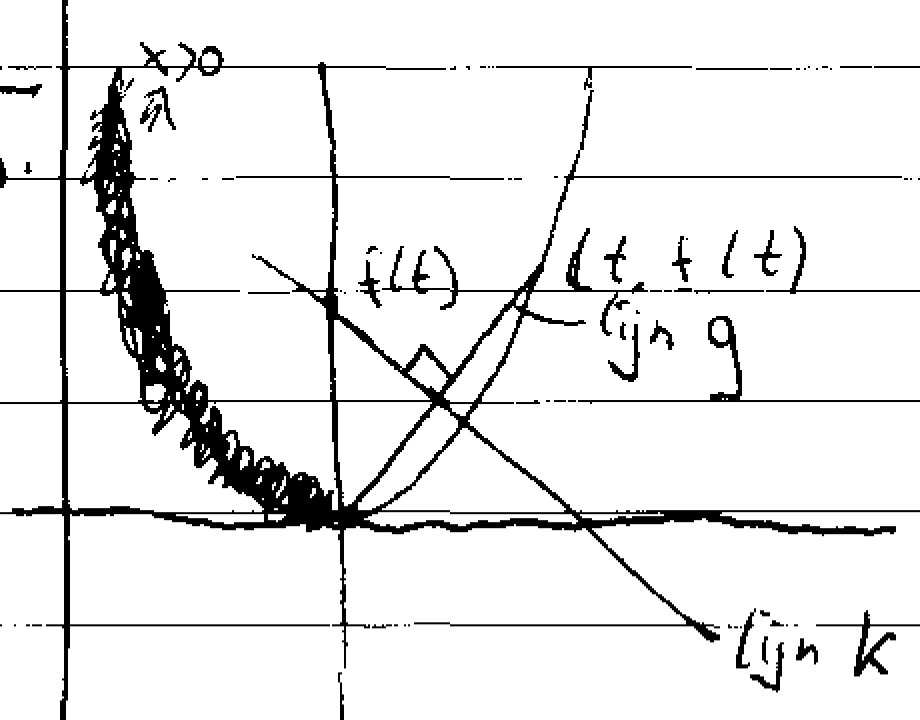
Dus $x = -4$

$x = -1$ voldoen aan $f'(x) = 0$

en $x = 2$

Naam:	Studentnummer:	Bladnr.: 2/2
Adres:	Studierichting:	Tentamen:
Postcode en		Datum:
Woonplaats:	Jaar van eerste inschrijving:	Naam docent:

5.



$\lim_{t \downarrow 0} y(t) = y(0)$

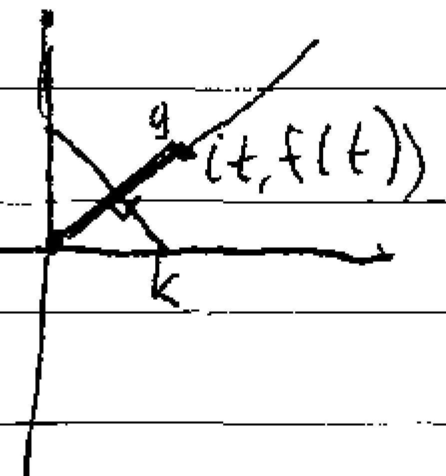
Dus $y(0)$ bestaat

De lijn k doorsnijdt lijn g in het midden.
Coördinaten van het snijpunt zijn dus $(\frac{1}{2}t, \frac{1}{2}f(t))$

Verder: voor $n>1$ en $x>0$ geldt $\Rightarrow$ als t gaat naar 0,
en als $n>2$?? dan f(t) gaat naar 0.
Dus coördinaten snijpunt gaan naar 0.
Als $t\to 0$ en $f(t) \to 0$ dan $y(t) \to \infty$ (zie grafiek)
(De lijn g wordt steeds horizontaler en ~~gaat dan de~~
lijn k wordt steeds verticaler. ~~Dus~~
Het snijpunt van lijn k met de y-as gaat naar oneindig.

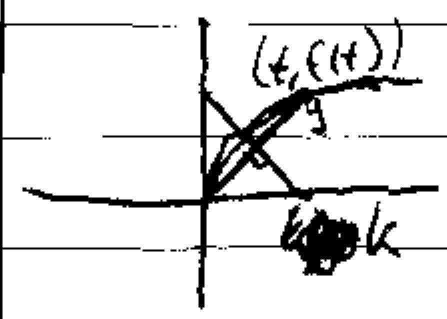
(2)

Als $n=1$, en $x>0$ geldt $\Rightarrow$ als t gaat naar 0
dan f(t) gaat naar 0.



Omdat $f(x) = x$ (want $n=1$)
blijft de rico (slope) van lijn k hetzelfde.
Als $t\to 0$ en dus $f(t)\to 0$ zal $y(t) \to 0$
Doordat rico hetzelfde blijft, wordt als
$t \to 0$ snijpunt steeds lager en $y(t) \to 0$

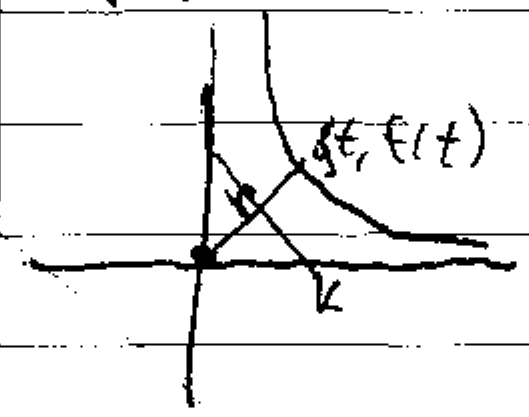
$n>1$ ook uittesten!!



als $0<n<1$ en $x>0$ geldt $\Rightarrow$ als $t\to 0$
dan $f(t) \to 0$

Hier neemt als $t\to 0$, de rico steeds meer af.
Dus als $t \to 0$ dan $y(t) \to 0$

Als $n<0$



$\Rightarrow$ als $n<0$ en $x>0$ geldt $\Rightarrow$ als $t\to 0$
dan $f(t) \to \infty$
Als $f(t)\to\infty$ dan $y(t) \to \infty$, want
snijpunt wordt steeds hoger.

Als $n=0 \Rightarrow f(x) = 1$. Dan heeft de limiet dus ook een waarde

Conclusie: $0 \le n \le 1$, want alleen dan bestaat $\lim_{t\downarrow 0}(y(t))$